

Gegeben ist eine Kugel mit dem Volumen V , die in eine größere Kugel mit dem Volumen V_2 eintaucht.

Es gilt also $V \leq V_2$

r errechnet sich durch

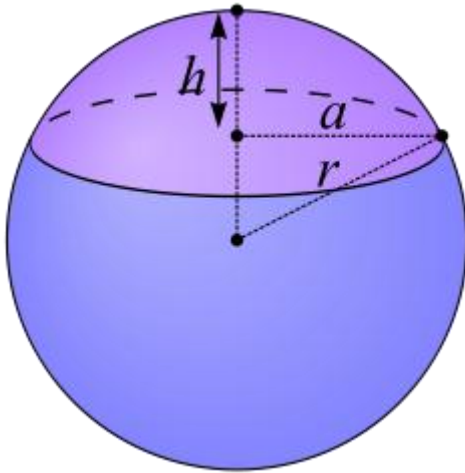
$$r = \sqrt[3]{\frac{3V}{4\pi}}$$

Der untere Körper kann auch als Kugelschicht mit dem Volumen V_3 angesehen werden, das sich aus V_2 plus dem Volumen einer Kugelkappe ergibt.

$$V_3 = V_2 + V_{\text{Kappe}}$$

Das Volumen einer Kugelkappe errechnet sich durch:

$$V_{\text{KS}} = \frac{h^2\pi}{3}(3r - h)$$



$$V_{KS} = \frac{h^2 \pi}{3} (3r - h)$$

mit $r=r$ und $h=h_{\text{Kappe}}$ sowie $a=q_1$

Nach dem Satz des Pythagoras gilt:

$$q_1^2 = r^2 - (r - h_{\text{Kappe}})^2 = r^2 - r^2 + 2r h_{\text{Kappe}} - h_{\text{Kappe}}^2$$

$$h_{\text{Kappe}}^2 - 2r h_{\text{Kappe}} + q_1^2 = 0$$

$$h_{\text{Kappe}} = r \pm \sqrt{r^2 - q_1^2}$$

da $h \leq r$

$$h_{\text{Kappe}} = r - \sqrt{r^2 - q_1^2}$$

Wie schon für die Seifenblasentanks beschrieben, ist

$$V_3 = \frac{\pi}{6} (3q_1^2 h + h^3)$$

wieder gilt

$$h = \sqrt[3]{\frac{3V_3}{\pi} + \sqrt{\frac{9V_3^2}{\pi^2} + q_1^6}} + \sqrt[3]{\frac{3V_3}{\pi} - \sqrt{\frac{9V_3^2}{\pi^2} + q_1^6}}$$

Die Oberfläche ergibt sich aus der Kugeloberfläche und der Mantelfläche der Kugelschicht

$$A_0 = 4\pi r^2 + 2\pi r_2 h$$

mit

$$r_2 = \frac{h^2 + q_1^2}{2h}$$

eingesetzt

$$A_0 = 4\pi r^2 + \pi(h^2 + q_1^2)$$

$$A_0 = \pi(4r^2 + h^2 + q_1^2)$$