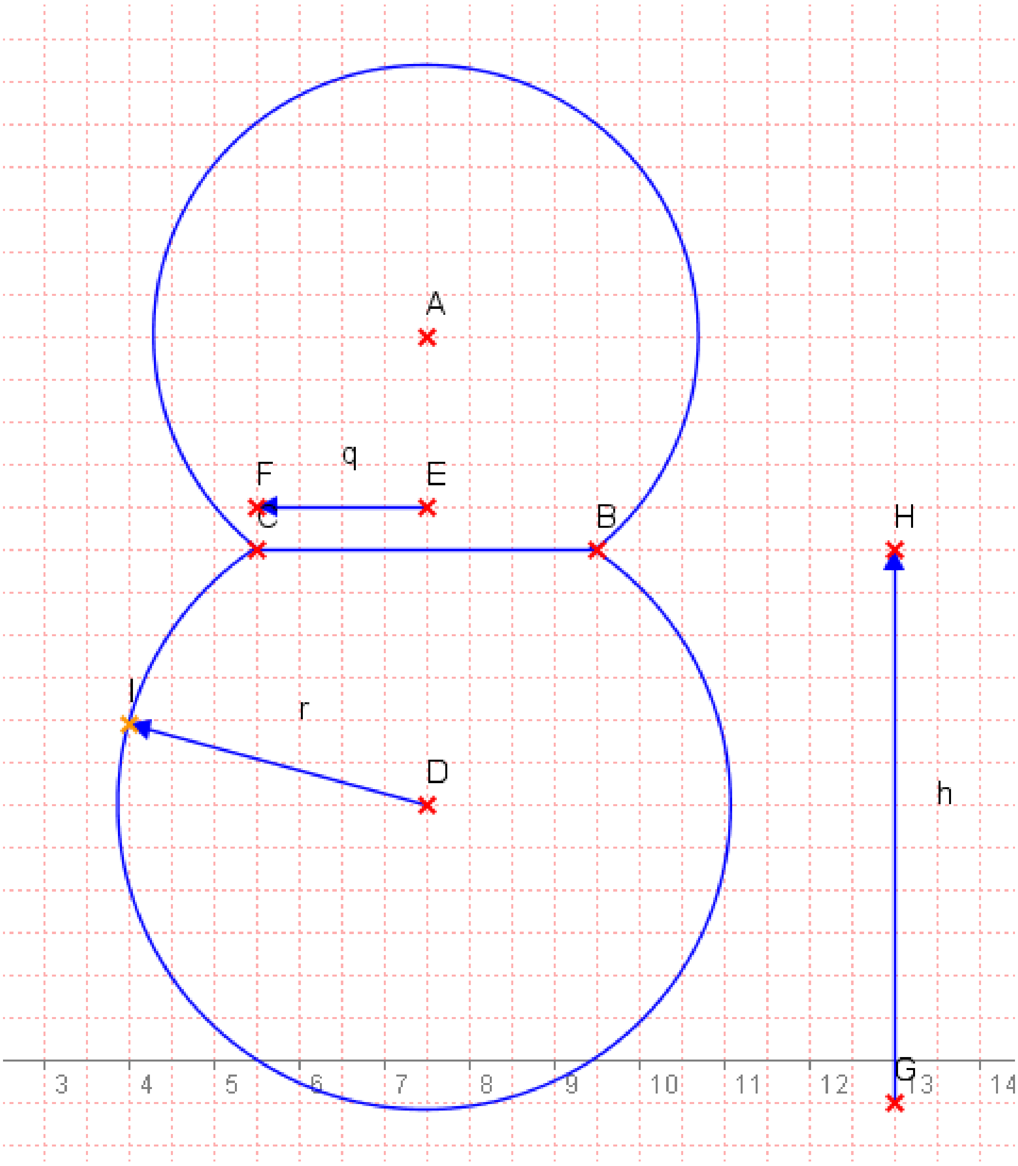

a

Die Volumenformel für die Kugelschicht lautet:

$$V = \frac{\pi h}{6}(3{q_1}^2 + 3{q_2}^2 + h^2)$$

Da zwei Kugelschichten mit nur je einer Schnittfläche vorkommen, ist q_2=0

$$V = \frac{\pi h}{6}(3{q_1}^2 + h^2)$$

Jede der beiden Kugelschichten hat ein VolumenV_1 bzw. V_2, q wird festgelegt. Damit bleibt als einzige Unbekannte r und h, wobei h direkt errechnet werden kann.

$$V = \frac{\pi}{6}(3{q_1}^2 h + h^3)\ / : \frac{\pi}{6}$$

$$\frac{6V}{\pi} = 3{q_1}^2 h + h^3$$

$h^3 + 3{q_1}^2 h - \frac{6V}{\pi} = 0$ ->cardanische Formel

$$z^3 + pz + q = 0$$

$$\text{mit } p = b - \frac{a^2}{3} \text{ und } q = \frac{ab}{3} - \frac{2}{27}a^3 - c$$

$$z = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 + \frac{p^3}{27}}} + \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 + \frac{p^3}{27}}}$$

$$h = \sqrt[3]{\frac{3V}{\pi} + \sqrt[2]{\frac{9V^2}{\pi^2} + \frac{{q_1}^6}{3}}} + \sqrt[3]{\frac{3V}{\pi} - \sqrt[2]{\frac{9V^2}{\pi^2} + \frac{{q_1}^6}{3}}}$$

Da nun q_1 und h bekannt sind, kann mit dem Satz des Pythagoras r errechnet werden.

$$r^2 = (h - r)^2 + {q_1}^2$$

$$r = \frac{h^2 + {q_1}^2}{2h}$$

Analog kann nun für die andere Kugelschicht verfahren werden, hier mit 2 indexiert.

Die Oberflächenformel für die Mantelfläche lautet wie folgt:

$A_m = 2\pi r h$

Die Kreisfläche errechnet sich natürlich durch:

$A_K = \pi {q_1}^2$

Die Gesamtoberfläche aus den beiden Mantelflächen und der Kreisfläche errechnet sich durch:

$$A_{ges} = 2\pi r h + 2\pi r_2 h_2 + \pi {q_1}^2$$

r und r_2 ersetzt

$$A_{ges} = \pi(h^2 + {q_1}^2{q_1}^2) + \pi\left({h_2}^2 + {q_1}^2\right) + \pi {q_1}^2$$